

Ph.D Entrance Test 2022

पेपर/विषय का नाम Name of the Paper/Subject	MATHEMATICS	पेपर/विषय का कोड Paper/Subject Code	051322
रोल नं. Roll No.	अभ्यर्थी का नाम Name of Candidate		
केन्द्र का नाम Name of the Centre	अभ्यर्थी के हस्ताक्षर Signature of Candidate		

क्र. सं./Serial No.

समय: 2:00 घंटा

अधिकतम अंक: 100

Time: 2: 00 Hours

Maximum Marks: 100

अभ्यर्थियों के लिए अनुदेश

- बुकलेट में ओएमआर शीट और दो सील हैं। अभ्यर्थी सबसे पहले ओएमआर शीट प्राप्त करने के लिए बुकलेट के सबसे ऊपर की सील हटाकर निकालें। दूसरी सील परीक्षा शुरू होने के दो मिनट पहले हटाई जाएगी।
- परीक्षा शुरू करने से पहले अभ्यर्थी प्रश्नपत्र पुस्तिका और ओएमआर उत्तर-पत्रक पर अपना रोलनं. लिखना और निर्धारित स्थानों पर हस्ताक्षर करना सुनिश्चित करें।
- इस प्रश्नपत्र पुस्तिका में इस कवर पृष्ठ के अलावा कुल 100 प्रश्न हैं। रफ कार्य करने के लिए प्रश्न पत्र के अन्त में उपलब्ध खाली पृष्ठों का प्रयोग करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार वैकल्पिक उत्तर (a), (b), (c) और (d) दिए गए हैं। अभ्यर्थी जिस एक उत्तर को सही समझता है, उसका चयन करने के बाद उत्तर-पत्रक में गोले को अंकित करे/रंगे।
- गोले को रंगने के लिए काले /नीले बॉल पेन का प्रयोग करें।
- निम्नलिखित उदाहरण देखें।
उदाहरण
1. 20 और 12 का जोड़ होता है
(a) 32 (b) 38 (c) 31 (d) 34
उपयुक्त प्रश्न का सही उत्तर (a) है, जिसे ओएमआर उत्तर-पत्रक में निम्नलिखित रूप में अंकित करें:

1	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d
---	----------------------------------	---	---	---
- आधा रंगा हुआ, हल्के रूप से अंकित, गोले में सही या गलत के निशान को ऑप्टिकल स्कैनर द्वारा इसे गलत उत्तर के रूप में पढ़ा जाएगा और इसे गलत माना जाएगा।
- परीक्षा कक्ष छोड़ने से पहले ओएमआर उत्तर पुस्तिका निरीक्षक को अवश्य सौंप दें।
- ओएमआर उत्तर पत्र को सीधे रखें। इसे मोड़ें आदि नहीं।
- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं, प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है।
- कैलकुलेटर/मोबाइल/कोई भी इलेक्ट्रॉनिक मद/आपत्तिजनक सामग्री के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

INSTRUCTIONS TO THE CANDIDATES

- The booklet contains OMR sheet and having two seals. Candidates will first open the booklet by removing the seal at the top to get the OMR sheet. Second seal will be removed two minutes before the commencement of the examination.
- Before starting the Examination, the candidate must write her/his Roll Number in the Question Booklet and the OMR Answer Sheet; in addition to putting signature at the places provided for the purpose.
- This Question Booklet consists of this cover page, and a total 100 items. Use Blank pages available at the end of Question Booklet for rough work.
- There are four alternative answers to each item marked as (a), (b), (c) and (d). The candidate will have to select one of the answers that is considered to be correct by her/him. S/he will mark the answer considered to be correct by filling the circle.
- Use black/blue ball point pen to darken the circle.
- See the following illustrations.
Illustration:
1. The sum of 20 and 12 is
(a) 32 (b) 38 (c) 31 (d) 34
The Correct answer of item 1 is (a), which should be marked in OMR Answer Sheet as under:

1	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d
---	----------------------------------	---	---	---
- Half filled, faintly darkened, ticked or crossed circles will be read as wrong answers by the optical scanner and will be marked as incorrect.
- The OMR Answer Sheet must be handed over to the invigilator by the candidate before leaving the Examination Hall.
- Keep OMR Sheet straight. Do not fold it.
- All questions are compulsory, each question carries one mark.
- Use of calculator/mobile/any electronic item/objectionable material is NOT permitted.

परीक्षा नियंत्रक

Controller of Examination

कृपया नोट करें कि अर्थ विभेद/दुविधा की स्थिति में अंग्रेजी में छपे प्रश्न को अंतिम माना जाएगा।

Please note that in case of any confusion, the question printed in English will be considered final.

51. If the product of three consecutive positive integers is equal to their sum then what would be the sum of their squares?

- a. Nine
- b. Fourteen
- c. Twenty
- d. Thirty

52. If $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n\sqrt{n!}}$. Then

- a. $L = 0$
- b. $L = 3$
- c. $L = \infty$
- d. $0 < L < \infty$

53. Let C be the unit circle centred at the origin in C then $\frac{1}{2\pi i} \int_C |1+z+z^2|^2 dz$ is

- a. Zero
- b. One
- c. Two
- d. Four

54. Let S be the set of all integers from 100 to 999 which are neither divisible by 3 nor divisible by 5. The number of elements in S is

- a. 480
- b. 482
- c. 479
- d. 485

55. What is the remainder when 16^{2016} is divided by nine

- a. One
- b. Two
- c. Three
- d. Four

56. Consider the ideal $I = (x^2 + 1, y)$ is the polynomial ring $C[x, y]$. Which of the following statement is true?

- a. I is maximal ideal
- b. I is prime ideal but not maximal ideal
- c. I is maximal ideal but not prime ideal
- d. I is neither a prime ideal nor a maximal ideal.

51. यदि तीन क्रमागत धनात्मक पूर्णाकों का गुणनफल उनके योग के बराबर हो तो उनके वर्गों का योग क्या होगा?

- a. नौ
- b. चौदह
- c. बीस
- d. तीस

52. यदि $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n\sqrt{n!}}$. तो

- a. $L = 0$
- b. $L = 3$
- c. $L = \infty$
- d. $0 < L < \infty$

53. C में मूल पर केंद्रित इकाई सर्कल होने दें तो $\frac{1}{2\pi i} \int_C |1+z+z^2|^2 dz$ है

- a. शून्य
- b. एक
- c. दो
- d. चार

54. मान लीजिए कि S , 100 से 999 तक के सभी पूर्णाकों का समुच्चय है जो न तो 3 से विभाज्य हैं और न ही 5 से विभाज्य हैं। S में तत्वों की संख्या है

- a. 480
- b. 482
- c. 479
- d. 485

55. जब 16^{2016} को नौ . से विभाजित किया जाता है तो शेषफल क्या होता है

- a. एक
- b. दो
- c. तीन
- d. चार

56. आदर्श पर विचार करें $I = (x^2 + 1, y)$ बहुपद वलय $C[x, y]$ है। निम्नलिखित में से कौन सा कथन सत्य है?

- a. I अधिकतम आदर्श है
- b. I अभाज्य आदर्श है लेकिन अधिकतम आदर्श नहीं
- c. I अधिकतम आदर्श है लेकिन अभाज्य आदर्श नहीं है
- d. I न तो अभाज्य आदर्श है और न ही अधिकतम आदर्श।

57. Let $f: R \rightarrow R$ be a continuous map. Then
- f is bounded
 - The image of f is an open subset of R
 - $f(A)$ is bounded for all bounded subsets A of R
 - $f^{-1}(A)$ is compact for all compact subsets A of R .
58. Let $u \in C^2(\bar{B})$, B is a unit ball in R^2 satisfies $\Delta u = f$ in B , $\alpha u + \frac{\partial u}{\partial n} = g$ on ∂B , $\alpha > 0$, where n is the unit outward normal to B . If a solution exists then
- It is unique
 - There are exactly two solutions
 - There are exactly three solutions
 - There are infinitely many solution.
59. A rigid body having one point O fixed and no external torque about O has equal principal moments of inertia. Then the body must rotate with
- Angular velocity of variable magnitude
 - Angular velocity with constant magnitude
 - Constant angular momentum but varying angular velocity
 - Varying angular momentum with varying angular velocity.
60. Let $f(x)$ be the solution of $\int_0^x e^{x-t} f(t) dt = x$, $x > 0$ then $f(1)$ equals
- 1
 - zero
 - One
 - Two
61. The equation $11^x + 13^x + 17^x - 19^x = 0$ has
- No real root
 - Only one real root
 - Exactly two real root
 - More than two real root.
57. मान लीजिए $f: R \rightarrow R$ एक सतत मानचित्र है। फिर
- f घिरा हुआ है
 - f का प्रतिबिम्ब R का एक खुला उपसमुच्चय है
 - $f(A)$, R के सभी परिबद्ध उपसमुच्चय A के लिए परिबद्ध है।
 - $f^{-1}(A)$ के सभी संहत उपसमुच्चय A के लिए संहत है।
58. चलो $u \in C^2(\bar{B})$, B एक इकाई गेंद में R^2 संतुष्ट करता है $\Delta u = f$ in B , $\alpha u + \frac{\partial u}{\partial n} = g$ पर, ∂B , $\alpha > 0$, कहा पे n इकाई बाहर की ओर है बी के लिए सामान्य। यदि कोई समाधान मौजूद है तो
- यह अद्वितीय है
 - ठीक दो समाधान हैं
 - ठीक तीन समाधान हैं
 - असीम रूप से कई समाधान हैं।
59. एक दृढ़ पिंड जिसमें एक बिंदु O स्थिर होता है और O के बारे में कोई बाहरी टॉर्क नहीं होता है, जड़त्व के समान प्रमुख क्षण होते हैं। फिर शरीर को घूमना चाहिए
- परिवर्तनशील परिमाण का कोणीय वेग
 - निरंतर परिमाण के साथ कोणीय वेग
 - लगातार कोणीय गति लेकिन अलग कोणीय वेग
 - भिन्न कोणीय वेग के साथ भिन्न कोणीय संवेग।
60. चलो $f(x)$ का समाधान हो $\int_0^x e^{x-t} f(t) dt = x$, $x > 0$ फिर $f(1)$ बराबर होता है
- 1
 - शून्य
 - एक
 - दो
61. समीकरण $11^x + 13^x + 17^x - 19^x = 0$ है।
- कोई वास्तविक जड़ नहीं
 - केवल एक असली जड़
 - बिल्कुल दो असली जड़
 - दो से अधिक वास्तविक जड़।

62. Let H be a real Hilbert space and $M \subseteq H$ be a closed linear subspace. Let $x_0 \in H \setminus M$. Let $y_0 \in M$ be such that $\|x_0 - y_0\| = \inf\{\|x_0 - y\| : y \in M\}$. Then
- Such a y_0 is unique
 - x_0 is orthogonal to M
 - y_0 is orthogonal to M
 - $x_0 + y_0$ is orthogonal to M .
63. Consider the function $f(z) = \frac{\sin \frac{\pi z}{2}}{\sin \pi z}$ then f has poles at
- All integers
 - All even integers
 - All negative integers
 - All integers of the form $4k + 1, k \in \mathbb{Z}$.
64. Which of the following rings are principal ideal domains (PID).
- $\mathbb{N}[x]$
 - $\mathbb{Z}[x]$
 - $\left(\frac{\mathbb{Z}}{6\mathbb{Z}}\right)[x]$
 - $\left(\frac{\mathbb{Z}}{7\mathbb{Z}}\right)[x]$.
65. Let G be a group of order 125. Which of the following statement is true?
- G has non trivial subgroup
 - The centre of G is a proper subgroup
 - The centre of G has order 5
 - There is a subgroup of order 25.
66. Which of the following polynomials are irreducible in $\mathbb{Z}[x]$?
- $x^4 + 10x + 5$
 - $x^3 - 2x + 1$
 - $x^4 + x^2 + 1$
 - $x^2 + 1$
62. मान लीजिए H एक वास्तविक हिल्बर्ट समष्टि है और $M \subseteq H$ एक बंद रेखिक उप-समष्टि है। Let $x_0 \in H \setminus M$ चलो $y_0 \in M$ ऐसा हो $\|x_0 - y_0\| = \inf\{\|x_0 - y\| : y \in M\}$. फिर
- ऐसा y_0 अद्वितीय है
 - x_0 , M के लिए ओर्थोगोनल है
 - y_0 , M के लिए ओर्थोगोनल है
 - $x_0 + y_0$, M के लिए ओर्थोगोनल है
63. समारोह पर विचार करें $f(z) = \frac{\sin \frac{\pi z}{2}}{\sin \pi z}$ तो f में ध्रुव हैं
- सभी पूर्णांक
 - सभी सम पूर्णांक
 - सभी ऋणात्मक पूर्णांक
 - फॉर्म $4k + 1, k \in \mathbb{Z}$ के सभी पूर्णांक।
64. निम्नलिखित में से कौन से वलय प्रमुख आदर्श डोमेन (PID) हैं।
- $\mathbb{N}[x]$
 - $\mathbb{Z}[x]$
 - $\left(\frac{\mathbb{Z}}{6\mathbb{Z}}\right)[x]$
 - $\left(\frac{\mathbb{Z}}{7\mathbb{Z}}\right)[x]$.
65. मान लीजिए कि G क्रम 125 का एक समूह है। निम्नलिखित में से कौन सा कथन सत्य है?
- G का गैर तुच्छ उपसमूह है
 - G का केंद्र एक उचित उपसमूह है
 - G के केंद्र का क्रम 5 है
 - आदेश 25 का एक उपसमूह है।
66. $\mathbb{Z}[x]$ में निम्नलिखित में से कौन से बहुपद अपरिवर्तनीय हैं?
- $x^4 + 10x + 5$
 - $x^3 - 2x + 1$
 - $x^4 + x^2 + 1$
 - $x^2 + 1$

67. Let $y(x)$ be the solution of the integral equation $y(x) = x - \int_0^x xt^2y(t)dt$, $t > 0$ then the value of the function $y(x)$ at $x = \sqrt{2}$ is

- $\frac{1}{\sqrt{2e}}$
- $\frac{e}{2}$
- $\frac{\sqrt{2}}{e}$
- $\frac{\sqrt{2}}{e^2}$

68. A milk man adds 10 litre of water to 90 litres of milk. After selling $\frac{1}{5}$ of the total quantity, he adds water equal to the quantity he has sold. The proportion of water to milk he sells now would be

- 72:28
- 28:72
- 20:80
- 30:70

69. The dimension of floor is 18×24 . What is the smallest number of identical square tiles that will pave the entire floor without the need to break any tile.

- Six
- Twenty
- Fifteen
- Twelve

70. Why there is a low fish population in lakes that have large hyacinth growth?

- Decaying matter from hyacinth consumes dissolved oxygen in copious amount
- Hyacinth prevents sunlight from reaching the depths of the lake
- Hyacinth is not a suitable food for fishes
- Hyacinth releases toxins in the water.

67. चलो $y(x)$ अभिन्न समीकरण का समाधान हो $y(x) = x - \int_0^x xt^2y(t)dt$, $t > 0$ फिर $x = \sqrt{2}$ पर फंक्शन $y(x)$ का मान है

- $\frac{1}{\sqrt{2e}}$
- $\frac{e}{2}$
- $\frac{\sqrt{2}}{e}$
- $\frac{\sqrt{2}}{e^2}$

68. एक दूधवाला 90 लीटर दूध में 10 लीटर पानी मिलाता है। कुल मात्रा का $\frac{1}{5}$ भाग बेचने के बाद, वह अपने द्वारा बेची गई मात्रा के बराबर पानी मिलाता है। अब वह जो दूध बेचता है, उसमें पानी का अनुपात होगा।

- 72:28
- 28:72
- 20:80
- 30:70

69. फर्श का आयाम 18×24 है। समरूप वर्गाकार टाइलों की सबसे छोटी संख्या क्या है जो बिना किसी टाइल को तोड़े पूरी मंजिल को पक्का कर देगी?

- छह
- बीस
- पंद्रह
- बारह

70. बड़ी जलकुंभी की वृद्धि वाली झीलों में मछली की आबादी कम क्यों है?

- जलकुंभी से निकलने वाला पदार्थ प्रचुर मात्रा में घुलित ऑक्सीजन की खपत करता है
- जलकुंभी सूरज की रोशनी को झील की गहराई तक पहुंचने से रोकता है
- जलकुंभी मछलियों के लिए उपयुक्त भोजन नहीं है
- जलकुंभी पानी में विषाक्त पदार्थों को छोड़ती है।

71. A function $f: R^2 \rightarrow R$ be defined by $f(x, y) = xy$. Let $v = (1, 2)$ and $a = (a_1, a_2)$ be two elements in R^2 . The directional derivative of f in the direction of v at a is

- $a_1 + 2a_2$
- $a_2 + 2a_1$
- $\frac{a_2}{2} + a_1$
- $\frac{a_1}{2} + a_2$

72. Given a natural number $n > 1$ such that $(n-1)! \equiv -1 \pmod{n}$. We can conclude that

- $n = p^k$, p is prime, $k > 1$
- $n = pq$, p, q are distinct primes
- $n = pqr$, p, q, r are distinct primes
- $n = p$ p is a prime

73. What is the number of non-singular 3×3 matrices over F_2 the finite field with two elements

- 168
- 367
- 2^3
- 3^2

74. The PDE $x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ is

- Elliptic for $x > 0, y < 0$
- Hyperbolic for $x > 0, y > 0$
- Elliptic for $x < 0, y > 0$
- Hyperbolic for $x > 0, y < 0$

75. Let A be subset of R^2 such that $A = \{(x, y) | (x+1)^2 + y^2 \leq 1\} \cup \{(x, y) | y = x \sin \frac{1}{x}, x > 0\}$ then

- A is connected
- A is compact
- A is not connected
- A is bounded.

71. एक समारोह $f: R^2 \rightarrow R$, $f(x, y) = xy$ द्वारा परिभाषित किया जाना चाहिए। चलो $v = (1, 2)$ तथा $a = (a_1, a_2)$, R^2 में दो तत्व हैं। पर a की दिशा में f का दिशात्मक अवकलज है |

- $a_1 + 2a_2$
- $a_2 + 2a_1$
- $\frac{a_2}{2} + a_1$
- $\frac{a_1}{2} + a_2$

72. एक प्राकृतिक संख्या को देखते हुए $n > 1$ ऐसा है कि $(n-1)! \equiv -1 \pmod{n}$ । हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि

- $n = p^k$, p अभाज्य है, $k > 1$
- $n = pq$, p, q अलग अभाज्य संख्याएँ हैं
- $n = pqr$, p, q, r भिन्न अभाज्य संख्याएँ हैं
- $n = p$ p एक अभाज्य है |

73. गैर-एकवचन की संख्या क्या है | 3×3 दो तत्वों के साथ परिमित क्षेत्र F_2 से अधिक मैट्रिसेस

- 168
- 367
- 2^3
- 3^2

74. पीडीई $x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ है |

- $x > 0, y < 0$ के लिए अण्डाकार
- $x > 0, y > 0$ के लिए अतिशयोक्तिपूर्ण
- $x < 0, y > 0$ के लिए अण्डाकार
- $x > 0, y < 0$ के लिए अतिपरवलयिक |

75. मान लीजिए कि A, R^2 का उपसमुच्चय है, $A = \{(x, y) | (x+1)^2 + y^2 \leq 1\} \cup \{(x, y) | y = x \sin \frac{1}{x}, x > 0\}$ तब

- A जुड़ा हुआ है
- A कॉम्पैक्ट है
- A जुड़ा नहीं है
- A बाध्य है।

76. Which of the following are not canonical transformations? Where p, q are generalized coordinate and generalized momentum respectively.

- $P = \log(\sin p), Q = q \tan p$
- $P = qp^2, Q = \frac{1}{p}$
- $P = qcot p, Q = \log(\frac{1}{q} \sin p)$
- $P = q^2 \sin 2p, Q = q^2 \cos 2p$

77. Consider LPP max $Z = 3x + 5y$ subject to constraints $x + 5y \leq 10, 2x + 2y \leq 5, x \geq 0, y \geq 0$.

- The LPP does not admit any feasible solution.
- There exists a unique optimal solution to the LPP
- There does not exist optimal solution to the dual problem
- The dual problem has an unbounded solution.

78. A, B, C, D are points on a circle with $AB = 5\text{cm}, BC = 12\text{cm}, AC = 13\text{cm}, AD = 7\text{cm}$. Then the closest approximation of CD is

- 9cm
- 10cm
- 11cm
- 12cm

79. Choose the four digits in which the product of the first and fourth digits is 40 and the product of middle digits is 28. The thousands digit is as much as less than the unit digit the hundreds digit is less than the tens digit.

- 5478
- 5748
- 8745
- 8475

76. निम्नलिखित में से कौन विहित परिवर्तन नहीं हैं? जहाँ p, q क्रमशः सामान्यीकृत निर्देशांक और सामान्यीकृत संवेग हैं।

- $P = \log(\sin p), Q = q \tan p$
- $P = qp^2, Q = \frac{1}{p}$
- $P = qcot p, Q = \log(\frac{1}{q} \sin p)$
- $P = q^2 \sin 2p, Q = q^2 \cos 2p$

77. ध्यान केंद्रित करने के लिए एलपीपी अधिकतम $Z = 3x + 5y$ पर विचार करें $x + 5y \leq 10, 2x + 2y \leq 5, x \geq 0, y \geq 0$.

- एलपीपी किसी भी व्यवहार्य समाधान को स्वीकार नहीं करता है।
- एलपीपी के लिए एक अनूठा इष्टतम समाधान मौजूद है
- दोहरी समस्या का इष्टतम समाधान मौजूद नहीं है
- दोहरी समस्या का असीमित समाधान है।

78. $AB = 5\text{cm}, BC = 12\text{cm}, AC = 13\text{cm}, AD = 7\text{cm}$ वाले वृत्त पर A, B, C, D बिंदु हैं। तब CD का निकटतम सन्निकटन है

- 9सेमी
- 10 सेमी
- 11सेमी
- 12 सेमी

79. उन चार अंकों को चुनें जिनमें पहले और चौथे अंक का गुणनफल 40 है और मध्य अंकों का गुणनफल 28 है। हजार अंक इकाई अंकों से जितना कम है, सैकड़ों अंक दहाई अंकों से कम है।

- 5478
- 5748
- 8745
- 8475

80. The residue of the function $f(z) = e^{-e^{\frac{1}{z}}}$ at $z = 0$ is

- a. $1 + e^{-1}$
- b. e^{-1}
- c. $-e^{-1}$
- d. $1 - e^{-1}$

80. समारोह का अवशेष $f(z) = e^{-e^{\frac{1}{z}}}$, $z = 0$ पर है।

- a. $1 + e^{-1}$
- b. e^{-1}
- c. $-e^{-1}$
- d. $1 - e^{-1}$

81. Which of the following is false for any integer x

- a. $x \equiv 23 \pmod{1000}$ and $x \equiv 45 \pmod{6789}$
- b. $x \equiv 32 \pmod{1000}$ and $x \equiv 54 \pmod{9876}$
- c. $x \equiv 23 \pmod{1000}$ and $x \equiv 54 \pmod{6789}$
- d. $x \equiv 32 \pmod{1000}$ and $x \equiv 44 \pmod{9876}$

81. निम्नलिखित में से कौन सा पूर्णांक x के लिए असत्य है।

- a. $x \equiv 23 \pmod{1000}$ and $x \equiv 45 \pmod{6789}$
- b. $x \equiv 32 \pmod{1000}$ and $x \equiv 54 \pmod{9876}$
- c. $x \equiv 23 \pmod{1000}$ and $x \equiv 54 \pmod{6789}$
- d. $x \equiv 32 \pmod{1000}$ and $x \equiv 44 \pmod{9876}$

82. Let T be a $n \times n$ matrix with the property $T^n = 0$. Which of the following is true.

- a. T has n distinct eigen values
- b. T has one eigen value of multiplicity n
- c. Zero is not an eigen value of T
- d. T is similar to a diagonal matrix.

82. $T^n = 0$ संपत्ति के साथ T को $n \times n$ मैट्रिक्स होने दें। इनमें से सच क्या है।

- a. T के n विशिष्ट eigen मान हैं
- b. T में बहुलता का एक eigen मान है n
- c. ज़ीरो, T का eigen मान नहीं है
- d. T एक विकर्ण मैट्रिक्स के समान है।

83. Let $f(x) \in Z[x]$ be a polynomial of degree ≥ 2 . Then

- a. If $f(x)$ is irreducible in $Z[x]$ then it is irreducible in $Q[x]$
- b. If $f(x)$ is irreducible in $Z[x]$ then for all primes p the reduction of $f(x) \pmod{p}$ is irreducible in $F_p[x]$
- c. If $f(x)$ is irreducible in $Q[x]$ then it is irreducible in $Z[x]$
- d. If $f(x)$ is irreducible in $Z[x]$ then it is irreducible in $R[x]$.

83. मान लीजिए $f(x) \in Z[x]$ घात ≥ 2 का एक बहुपद है। फिर

- a. अगर $f(x)$, $Z[x]$ में इरेड्यूसिबल है तो यह $Q[x]$ में इरेड्यूसिबल है
- b. अगर $f(x)$, $Z[x]$ में इरेड्यूसिबल है तो सभी primes p के लिए $f(x) \pmod{p}$ की कमी $F_p[x]$ में इरेड्यूसिबल है
- c. अगर $f(x)$, $Q[x]$ में इरेड्यूसिबल है तो यह $Z[x]$ में इरेड्यूसिबल है
- d. अगर $f(x)$, $Z[x]$ में इरेड्यूसिबल है तो यह $R[x]$ में इरेड्यूसिबल है।

84. Let R be a commutative ring with unity such that $R[x]$ is a UFD. Denote the ideal (x) of $R[x]$ by I . Then

- a. If I is maximal then $R[x]$ is a PID
- b. I is not prime
- c. If $R[x]$ is a Euclidean domain then I is maximal.
- d. If $R[x]$ is a PID then it is a Euclidean domain.

84. मान लीजिए कि R एकता के साथ एक क्रमविनिमेय वलय है जैसे कि $R[x]$ एक UFD है। $R[x]$ के आदर्श (x) को I से निरूपित करें

- a. यदि I अधिकतम है तो $R[x]$ एक PID है
- b. मैं प्रधान नहीं हूँ
- c. यदि $R[x]$ एक यूक्लिडियन डोमेन है तो I अधिकतम है।
- d. यदि $R[x]$ एक PID है तो यह एक यूक्लिडियन डोमेन है।

85. Consider the smallest topology τ on C in which all the singleton sets are closed. Then pick the false statement.
- (C, τ) is T_2 -space
 - (C, τ) is compact
 - (C, τ) is connected
 - Z is dense in (C, τ) .
86. Max $Z = 3x + 4y$ subject to constraints $x \leq 3, 0.5x + y \leq 4, x + y \leq 5, x \geq 0, y \geq 0$. Then
- The optimal value is 19
 - The optimal value is 20
 - $(3, 2)$ is an extreme point of the feasible region
 - $(3, 2.5)$ is an extreme point of the feasible region.
87. Let A, B be the ends of longest diagonal of the unit cube. The length of the shortest path from A to B along the surface is
- $\sqrt{7}$
 - $1 + \sqrt{2}$
 - $\sqrt{5}$
 - 6
88. How many digits are there in 3^{16} when it is expressed in the decimal form.
- Five
 - Six
 - Seven
 - Eight
89. What is the total number of positive integer solutions to the equation $(x_1 + x_2 + x_3)(y_1 + y_2 + y_3 + y_4) = 15$.
- Three
 - Four
 - Five
 - Six
85. सी पर सबसे छोटी टोपोलॉजी पर विचार करें जिसमें सभी सिंगलटन सेट बंद हैं। फिर झूठा बयान चुनें।
- (C, τ) T_2 -स्पेस है
 - (C, τ) कॉम्पैक्ट है
 - (C, τ) जुड़ा हुआ है
 - $Z, (C, \tau)$ में सघन है।
86. अधिकतम $Z = 3x + 4y$ बाधाओं के अधीन $x \leq 3, 0.5x + y \leq 4, x + y \leq 5, x \geq 0, y \geq 0$ । फिर
- इष्टतम मूल्य 19 है
 - इष्टतम मूल्य 20 है
 - $(3, 2)$ संभव क्षेत्र का एक चरम बिंदु है
 - $(3, 2.5)$ संभव क्षेत्र का एक चरम बिंदु है।
87. मान लीजिए कि इकाई घन के सबसे लंबे विकर्ण के सिरे A, B हैं। सतह के अनुदिश A से B तक के सबसे छोटे पथ की लंबाई है
- $\sqrt{7}$
 - $1 + \sqrt{2}$
 - $\sqrt{5}$
 - 6
88. दशमलव रूप में व्यक्त करने पर 3^{16} में कितने अंक होते हैं।
- पाँच
 - छह
 - सात
 - आठ
89. समीकरण के सकारात्मक पूर्णांक समाधानों की कुल संख्या क्या है $(x_1 + x_2 + x_3)(y_1 + y_2 + y_3 + y_4) = 15$ ।
- तीन
 - चार
 - पाँच
 - छह

90. What is the cardinality of the set $\{z \in \mathbb{C} \mid z^{98} = 1 \text{ and } z^n \neq 1 \text{ for any } 0 < n < 98\}$.

- Zero
- Twelve
- Forty two
- Forty three

91. A group G is generated by x, y with the relation $x^3 = y^2 = (xy)^2 = 1$. Then $O(G)$ is

- Four
- Five
- Six
- Twelve

92. The PDE $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x$ has

- Only one particular integral
- A particular integral which is linear in x and y
- A particular integral which is a quadratic polynomial in x and y
- More than one particular integral.

93. Let $w = \cos \frac{2\pi}{10} + i \sin \frac{2\pi}{10}$, $K = Q(w^2)$, $L = Q(w)$. Then

- $[L: Q] = 10$
- $[L: K] = 2$
- $[K: Q] = 7$
- $L = K$

94. A solution of PDE $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 - u = 0$ represents

- An ellipse in xy -plane
- An ellipsoid in xyu -plane
- A parabola in ux -plane
- A hyperbola in xy -plane

90. सेट की कार्डिनैलिटी क्या है $\{z \in \mathbb{C} \mid z^{98} = 1 \text{ और } z^n \neq 1 \text{ किसी भी } 0 < n < 98\}$ के लिए।

- शून्य
- बारह
- बयालीस
- तैंतालीस

91. एक समूह G x, y द्वारा संबंध $x^3 = y^2 = (xy)^2 = 1$ के साथ उत्पन्न होता है। तब $O(G)$ है

- चार
- पाँच
- छह
- बारह

92. पीडीई $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x$ है।

- केवल एक विशेष अभिन्न
- एक विशेष समाकल जो x और y में रेखिक है
- एक विशेष समाकल जो x और y में द्विघात बहुपद है
- एक से अधिक विशेष अभिन्न।

93. मान लीजिए कि $w = \cos \frac{2\pi}{10} + i \sin \frac{2\pi}{10}$, $K = Q(w^2)$, $L = Q(w)$ । फिर

- $[L: Q] = 10$
- $[L: K] = 2$
- $[K: Q] = 7$
- $L = K$

94. पीडीई का एक समाधान $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 - u = 0$ प्रतिनिधित्व करता है

- xy -प्लेन में एक दीर्घवृत्त
- xyu -प्लेन में एक दीर्घवृत्त
- ux -प्लेन में एक परवलय
- xy -प्लेन में एक हाइपरबोला।

95. An urn has three red and six black balls. Balls are drawn at random one by one without replacement. The probability that second red ball appears at the fifth draw is

- a. $\frac{1}{9!}$
- b. $\frac{4!}{9!}$
- c. $4 \left(\frac{6!4!}{9!} \right)$
- d. $\frac{6!4!}{9!}$

96. Let m and n be two positive integers such that $m + n + mn = 118$. Then $m + n$ is

- a. Not uniquely determined
- b. Eighteen
- c. Twenty
- d. Twenty two

97. How many non-negative integers less than 10000 are there such that the sum of the digits of the number is divisible by 3.

- a. 1112
- b. 2213
- c. 2223
- d. 3334

98. The sum of the series $\frac{1}{1!} + \frac{1+2}{2!} + \frac{1+2+3}{3!} + \dots$ is

- a. e
- b. $\frac{e}{2}$
- c. $\frac{3e}{2}$
- d. $1 + \frac{e}{2}$

95. एक कलश में तीन लाल और छह काली गेंदें हैं। गेंदों को बिना प्रतिस्थापन के एक-एक करके यादृच्छिक रूप से खींचा जाता है। पांचवीं ड्रा में दूसरी लाल गेंद आने की प्रायिकता है

- a. $\frac{1}{9!}$
- b. $\frac{4!}{9!}$
- c. $4 \left(\frac{6!4!}{9!} \right)$
- d. $\frac{6!4!}{9!}$

96. मान लें कि m और n दो धनात्मक पूर्णांक हैं जैसे कि $m + n + mn = 118$ तब $m + n$ है

- a. विशिष्ट रूप से निर्धारित नहीं
- b. अठारह
- c. बीस
- d. बाईस

97. 10000 से कम ऐसे कितने गैर-ऋणात्मक पूर्णांक हैं कि संख्या के अंकों का योग 3 से विभाज्य है।

- a. 1112
- b. 2213
- c. 2223
- d. 3334

98. $\frac{1}{1!} + \frac{1+2}{2!} + \frac{1+2+3}{3!} + \dots$ श्रृंखला का योग है।

- a. e
- b. $\frac{e}{2}$
- c. $\frac{3e}{2}$
- d. $1 + \frac{e}{2}$

The number of subfields of a field of cardinality 2^{100} is

- Two
- Four
- Nine
- Hundred

99. 2^{100} कार्डिनैलिटी के क्षेत्र के उपक्षेत्रों की संख्या है

- a. दो
- b. चार
- c. नौ
- d. सौ

Up to isomorphism the number of abelian groups of order 108 is

- Twelve
- Six
- Nine
- Four

100. तुल्याकारिता तक 108 कोटि के आबेली समूहों की संख्या होती है

- a. बारह
- b. छह
- c. नौ
- d. चार